

ODVOD – VAJE

1. Zapiši enačbo tangente na polinom $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 2$, ki je vzporedna premici $x + y = 0$. Izračunaj tudi dotikališče.

(T(1,-2) ; $x + y + 1 = 0$)

2. Izračunaj stacionarne točke funkcije $f(x) = \frac{-x^2}{x-1}$.

(A(0,0) min., B(2,-4) maks.)

3. Dana je funkcija $f(x) = (x + a)^2$. Izračunaj a tako, da bo $f(2) = 1$ in $f'(2) < 0$.

($a = -3$)

4. Premica se dotika krivulje z enačbo $y = x^3 + 1$ v točki A in jo seka v točki B. Točka A leži na abscisni osi in je različna od točke B. Izračunaj koordinati točk A in B.

(A(-1,0), B(2,9))

5. Izračunaj kot, pod katerim funkcija $f(x) = \ln(3x - 5)$ seka abscisno os. Rezultat zaokroži na stotinko stopinje natančno.

($71,57^\circ$)

6. Določi definicijsko območje in intervale naraščanja in padanja funkcije

$$f(x) = x \ln x.$$

($x > 0$; $0 < x < e^{-1}$ pada; $x < e^{-1}$ raste)

7. Izračunaj abscise točk v katerih ima funkcija $f(x) = x + \sin 2x$ tangente z naklonskim kotom 45° .

$$\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right)$$

8. Z računom pokaži, da je funkcija $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ naraščajoča.

9. $f(x) = x^3 - 3x^2$ a) Nariši graf.

b) Pod kakšnim kotom seka graf funkcije $f(x)$ premico, na kateri ležita točki A(1,2) in B(4,-1)?

($51,34^\circ$)

10. Zapiši enačbo tangente na graf funkcije $f(x) = \frac{x-2}{2x-3}$ v presečišču z abscisno

osjo.

($y = x - 2$)

11. Dana je družina funkcij $f(x) = e^{ax} \cdot \sin x$. Določi tisto funkcijo iz te družine, ki ima ekstrem pri $x = \frac{\pi}{6}$. Za kakšen ekstrem gre?

($a = -\sqrt{3}$, maks.)

12. Dokaži, da ima polinom $p(x) = x^3 + x - 3$ eno samo realno ničlo.

13. Na krivuljo $x^2 + y^3 = 2x - 2y$ položi tangenti v točki $A(x, -1)$ in izračunaj kot med njima.

($77,32^\circ$)

14. Polinom $p(x) = -x^3 + ax^2 - 4x + 4$ je padajoča funkcija za vsak realen x . Izračunaj a .

($-2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$)

15. Dana je funkcija $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$. V isti koordinatni sistem nariši funkcijo $f(x)$ in njen odvod. Izračunaj presečišča.

$\left(T\left(-\frac{\pi}{4} - k\pi, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$

16. Dani sta funkciji $f(x) = \sin x$ in $g(x) = 2x^3 - 1$. Izračunaj odvod funkcij $f \circ g$ in $g \circ f$.

($6x^2 \cos(2x^3 - 1), 3 \sin x \cdot \sin 2x$)

17. Dan je polinom $p(x) = 5x^3 + ax^2 + bx + c$. Določi a , b , c in k tako, da bo za vsak realen x izpolnjena enačba $p(x) + k(x - 1)p'(x) + (x^2 - 1)p''(x) = 0$. Ali obstaja tangenta na dani polinom z naklonskim kotom 45° ?

(21, 51, -77, -7/3; ne)

18. Določi lastnosti in nariši graf $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 4}$